

Astronomická olympiáda 2024

Kolo: regionálne kolo

Dátum súťaže: 04. 04. 2024

Kategória: **stredná škola**

Čas na vypracovanie: **3 hodiny**

- Každý príklad riešte na *samostatný* list papiera.
Do hlavičky uveďte číslo aj názov príkladu, vaše meno, kategóriu a názov tohto kola.
- Povolené pomôcky: písacie a rysovacie potreby, *neprogramovateľné* kalkulačky a občerstvenie.
- Pri výpočtoch použijete hodnoty konštánt, jednotiek a veličín uvedených v priloženom *konštantovníku*.
Upozorňujeme, že nie všetky konštanty sú potrebné.
- Výsledok zaokrúhlite na rozumný počet platných čífer.



Slovenská ústredná hviezdáreň
v Hurbanove

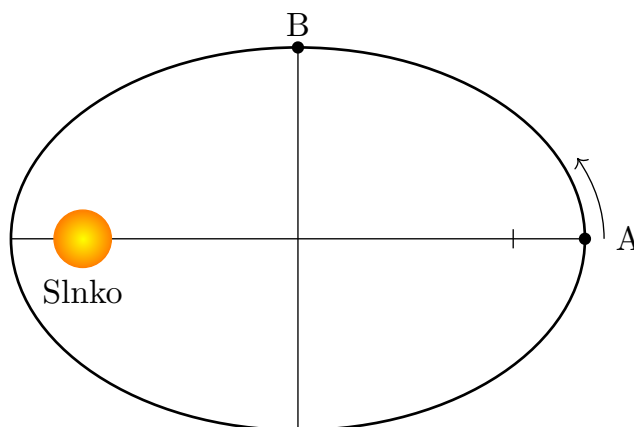
**Slovenská
Astronomická
Spoločnosť**
pri Slovenskej akadémii vied

Teoretické úlohy Σ 300b

1. Čas obehu planéty

(50 b, autor: Ondrej Juhás)

Planéta obieha okolo Slnka po eliptickej trajektórii proti smeru hodinových ručičiek ako je znázornené na obrázku.



- Určte čas, za ktorý sa planéta dostane z bodu A do bodu B ako funkciu jej periódy obehu T a excentricity dráhy e .
- Určte najbližší dátum a približný čas od dnešného dňa, kedy sa Zem bude nachádzať na svojej trajektórii v bode, ktorý prislúcha bodu B na obrázku.

Pomôcka: Zem sa nachádzala v perihéliu 3. 1. 2024 o 0:39.

2. HR diagram

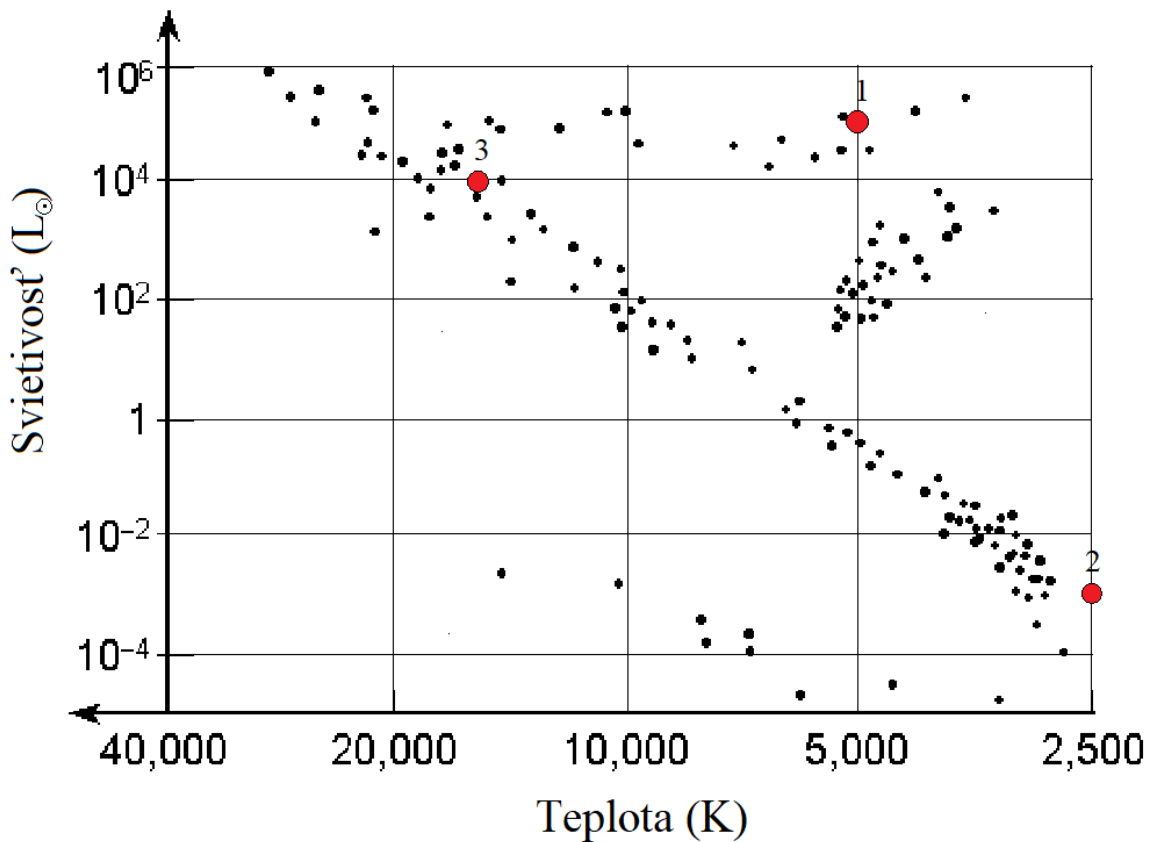
(70 b, autor: Jana Švrčková)

Na obrázku 2.1 sa nachádza Hertzsprungov-Russellov diagram, v ktorom sú červenými bodmi vyznačené tri hviezdy. V celej tomto príklade môžete predpokladať, že hviezdy sú sféricky symetrické a žiaria ako absolútne čierne teleso. Vašou úlohou je odhadnúť nasledujúce:

- svietivosť a teplotu hviezdy označenej číslom 1,
- polomer hviezdy označenej číslom 2,
- hmotnosť hviezdy označenej číslom 3, za predpokladu, že pre hviezdy na hlavnej postupnosti platí približná závislosť $L \sim M^{3,5}$.

Do diagramu následne vyznačte pozíciu, kde sa nachádza:

- Slnko a označte ho číslom 4,
- biely trpaslík s teplotou $T = 10\,000\text{ K}$ a označte ho číslom 5,
- hviezda hlavnej postupnosti s polomerom 10-krát väčším ako je polomer Slnka a označte ju číslom 6.



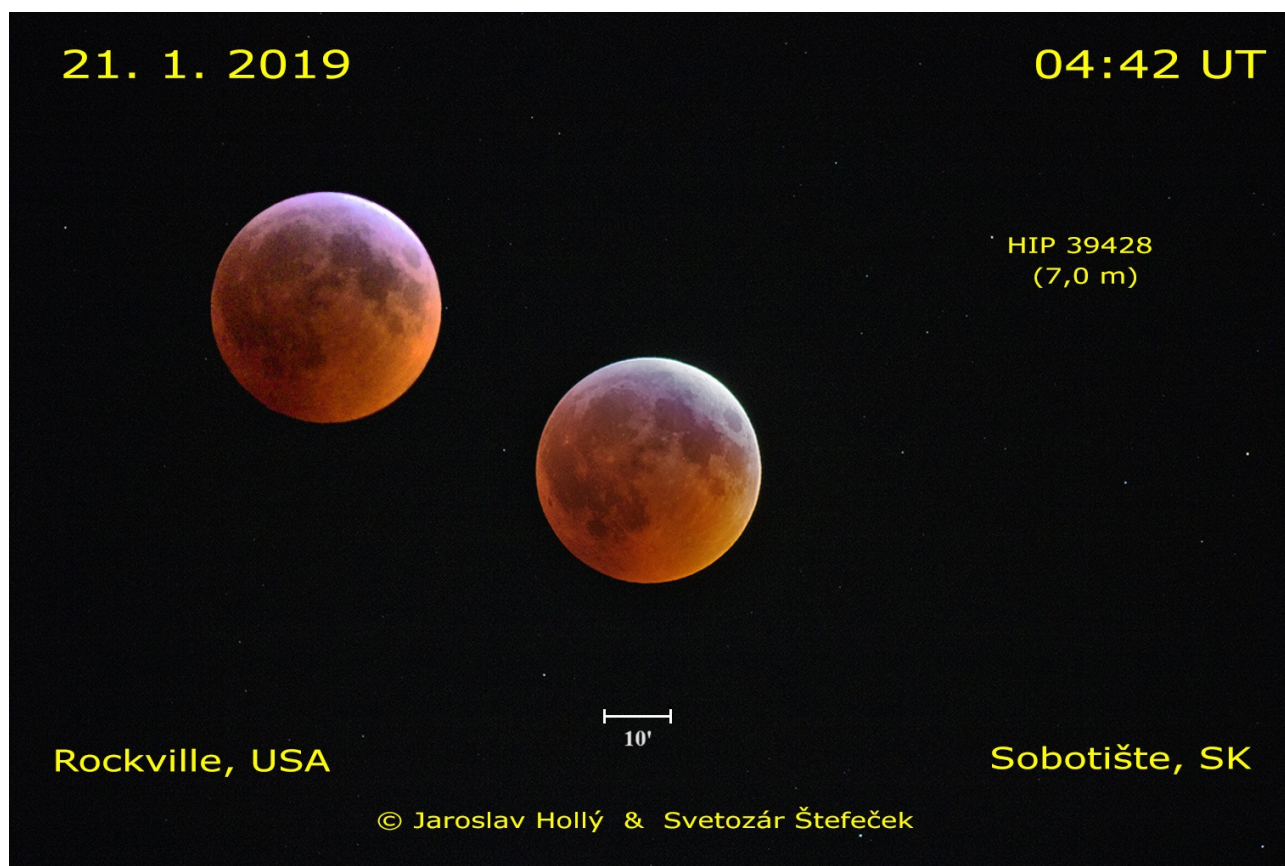
Obr. 2.1: Hertzsprungov-Russellov diagram.

3. Paralaxa Mesiaca

(80 b, autor: Jana Švrčková)

21. 1. 2019 nastalo úplné zatmenie Mesiaca, ktoré pozorovali a fotili aj dvaja astronómovia zo Sobotišťa. Jeden z nich sa nachádzal na Slovensku v Sobotišti ($48^{\circ}44' \text{ N}$, $17^{\circ}24' \text{ E}$), druhý v USA v Rockville ($39^{\circ}5' \text{ N}$, $77^{\circ}9' \text{ W}$). Pri spracovaní fotiek zistili, že zhodou okolností odphotili maximálnu fázu zatmenia takmer naraz.

Fotky poskladali do jednej, a to na základe pozícií hviezd v okolí Mesiaca. Tým pekne ukázali efekt paralaxy na pozorovanú polohu Mesiaca voči hviezdám. Využite výslednú koláž na obr. 3.1 a odhadnite vzdialenosť Mesiaca od stredu Zeme v deň zatmenia. Predpokladajte, že v Rockville bol Mesiac počas maximálnej fázy zatmenia presne v zenite. Pri výpočte môžete využiť uhlovú mierku na obrázku, polomer Zeme a súradnice miest, kde sa astronómovia nachádzali.



Obr. 3.1: Fotografia zatmenia Mesiaca.

4. Liptovská Mara II

(100 b, autor: Samuel Buranský)

Počas roka dochádza na Zemi k striedaniu ročných období. Dôvodom je naklonenie roviny zemského rovníka o uhol $\varepsilon = 23,4^\circ$ voči rovine ekliptiky. Zem zároveň obieha okolo Slnka na eliptickej dráhe, to znamená, že raz je k Slnku bližšie, inokedy ďalej. To spôsobuje, že na dané miesto na Zemi dopadá v rôzne dni rôzne množstvo žiarivej energie zo Slnka. Vypočítajte pomer žiarivých energií zo Slnka, ktoré dopadnú na celú plochu Liptovskej Mary za 1 s na pravé poludnie v deň letného (20. 6. 2024) a zimného slnovratu (21. 12. 2024). Poloha Liptovskej Mary je $49,1^\circ$ N, $19,5^\circ$ E a plocha $A = 27 \text{ km}^2$.

Zem obieha okolo Slnka po eliptickej dráhe. Prechod perihéliom tento rok nastáva 3. 1. 2024 a prechod aféliom 5. 7. 2024. Pre prípadné medzivýpočty môžete využiť slnečnú konštantu, ktorej hodnota je uvedená v zozname konštánt. Slnečná konštantá predstavuje množstvo energie, ktoré prejde za 1 s plochou 1 m^2 orientovanou kolmo na slnečné lúče vo vzdialenosti 1 au od Slnka bez extinkcie (absorpcie). Pri výpočte zanedbajte vplyv atmosféry. V dni slnovratov považujte deklináciu Slnka za konštantnú.

Vzdialenosť Zeme od Slnka môžete vypočítať podľa vzťahu

$$r = a(1 - e \cos E), \quad (4.1)$$

kde a je veľká polos dráhy, e je excentricita a E je excentrická anomália, pre ktorú platí Keplerova rovnica

$$M = E - e \sin E, \quad (4.2)$$

kde M je stredná anomália definovaná vzťahom

$$M = n(t - T), \quad (4.3)$$

kde $n = 360^\circ/P$ je stredný denný pohyb v stupňoch za deň, P je perióda obehu, t je aktuálny čas a T je čas prechodu perihéliom. Na výpočet excentrickej anomálie je nutné použiť iteračnú metódu, kde ako prvý odhad pre E použijete M .